

文章编号: 1000-8055(2009)02-0396-07

机电集成超环面传动弱非线性自由振动研究

郝秀红, 许立忠, 任志霞
(燕山大学 机械工程学院, 秦皇岛 066004)

摘 要: 针对新型广义复合传动机构-机电集成超环面传动系统, 其中蜗杆、行星轮间电磁啮合刚度的非线性变化, 首先推导出了系统弱非线性摄动形式的运动微分方程, 其次在将其转化为小参数形式的基础上, 利用 Linstedt-Poincare 法求出了该系统频率和位移响应的近似解析形式. 最后讨论了算例系统中电磁啮合力的非线性变化对系统振动频率及振幅的影响, 得出了随小参数 ε 次幂数增大, 传动系统各方向振动的振幅几乎不受影响, 而各阶振动频率却变化明显的结果.

关 键 词: 机电集成; 超环面传动; 弱非线性; 小参数; 摄动法

中图分类号: TH132

文献标识码: A

Weak nonlinear free vibration study of electromechanical integrating toroidal drive

HAO Xiu-hong, XU Li-zhong, REN Zhi-xia

(School of Mechanical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

Abstract: As for a new-style generalized composite transmission-electromechanical integrated toroidal drive, the nonlinear changes of the electromagnetic mesh stiffness between worm and planets were analyzed. Firstly, weak nonlinear motion differential equation of toroidal drive in the form of perturbation was presented. Then, approximative analytic solution of frequency and displacement response were obtained by Linstedt-Poincare (L-P) perturbation method. Lastly, influences of the changes of the electromagnetic mesh stiffness on frequencies and amplitudes of system vibration were discussed, a number of useful results were given. Amplitudes of every direction vibration are not affected almost by increasing order of the small parameter ε , while free vibration frequencies change obviously.

Key words: electromechanical integration; toroidal drive; weak nonlinear; small parameter; perturbation method

运动和动力的传递是机械系统的基本功能, 担负运动和动力传递的机械传动是整个机械工业的基础. 传统机械传动技术与微电子、计算机、自动化、新材料等高新技术融合, 出现了许多新的传动形式, 机、电、控制和驱动相结合的广义复合传动已成为前沿课题.

机电集成超环面传动系统是集传统超环面行

星蜗杆传动和电磁驱动及控制技术于一体的一种新型广义复合传动机构, 兼有两者的优势, 具有传动比大、噪音小、效率高和承载能力大等优点, 被认为是已知机械传动的最佳形式之一. 且该传动加工容易, 无接触、无磨损、无需润滑; 由于机、电和控制集成结构的实现, 结构更为紧凑、输出转矩和转速可控、而且响应速度快, 可以取代伺服系

收稿日期: 2008-01-27; 修订日期: 2008-04-08

作者简介: 郝秀红(1979-), 女, 河北内丘人, 博士生, 主要从事机电耦合动力学研究.

统,使现有机电系统的结构组成大为简化,可以在很小的空间内传递大扭矩,特别适于航空和航天等尖端技术领域以及坦克和潜艇等重要军事领域。除航空、航天、军事和车辆等要求结构紧凑的领域外,尚可用于机器人控制和飞行器制导等控制精度要求高的技术领域,具有更为广阔的应用前景。同时,其结构集成和机电耦合等基础理论可以为探索其它广义复合传动机构以及微型和纳米传动机构提供借鉴^[1-6]。

机电集成超环面传动是作者提出的一种新概念传动。该传动集动力、传动和控制于一体,属机电集成系统,其振动问题涉及机械系统、电系统及其相互耦合,属机电耦合振动问题。该传动的机械系统属空间多自由度振动系统,电系统属多自由度电流振荡系统,其机电耦合通过零件间的电磁相互作用而实现。

机电耦合振动理论的建立是该传动系统设计、制造和性能控制的基本前提。然而,目前国内尚未见有关该问题在计算方法、结果和试验等方面的研究报导。为此,作者建立了该传动系统的动力学模型,研究了该传动系统的动力学特性^[7-8]。

然而,上述工作是在线性振动系统的假设前提下进行的。由于机电集成超环面传动系统为电磁力啮合,电磁啮合力将引起系统一系列非线性特性。而在重载荷作用下传动系统的非线性将变得非常明显,不可以忽略。因此本文进行机电集成超环面传动系统的非线性振动问题研究。拟采用弱非线性振动理论研究该传动系统的非线性自由振动特性。

1 系统非线性运动微分方程推导

如图1所示为机电集成超环面传动系统结构简图。该机构由环面定子、行星轮、环面蜗杆和转子组成。中心环面蜗杆固定,在其上的凹槽内缠绕线圈,当线圈内通以三相交流电时,形成旋转磁场,电磁力将会驱动行星轮自转和公转,从而带动转子实现系统大扭矩输出。机电集成超环面传动系统数学模型由三个子系统:蜗杆/行星轮子系统、定子/行星轮子系统、转子/行星轮子系统组成^[8]。在建立系统动力学模型时考虑到蜗杆固定,忽略其各方向的振动,并且暂不考虑系统阻尼(包含电磁啮合阻尼、支撑阻尼)的影响。

行星轮静态输出转矩 T ,系统输出转矩瞬时增量为 δT ,将蜗杆传递转矩 T_p 在 $\theta = \theta_0$ 处展开

为 θ 的泰勒级数为

$$T_p = T_{p0} + \delta T_p = \frac{1}{2} \sum_i^n \sum_j^n \left[\left(\frac{\delta L_{ij}}{\delta \theta} \right)_{\theta=\theta_0} I_i I_j + \left(\frac{\delta^2 L_{ij}}{\delta \theta^2} \right)_{\theta=\theta_0} I_i I_j \delta \theta + \left(\frac{\delta^3 L_{ij}}{\delta \theta^3} \right)_{\theta=\theta_0} I_i I_j (\delta \theta)^2 + \left(\frac{\delta L_{ij}}{\delta \theta} \right)_{\theta=\theta_0} I_i \delta i_j + \left(\frac{\delta L_{ij}}{\delta \theta} \right)_{\theta=\theta_0} I_j \delta i_i + \left(\frac{\delta L_{ij}}{\delta \theta} \right)_{\theta=\theta_0} I_i (\delta i_j)^2 + \left(\frac{\delta L_{ij}}{\delta \theta} \right)_{\theta=\theta_0} I_j (\delta i_i)^2 + \dots \right] \quad (1)$$

式中 I_i, I_j 分别为蜗杆线圈电流和定子永磁体当量电流; L_{ij} 为蜗杆与行星轮各相电流间的电感系数($i, j = 1:n$); n 为行星轮个数。

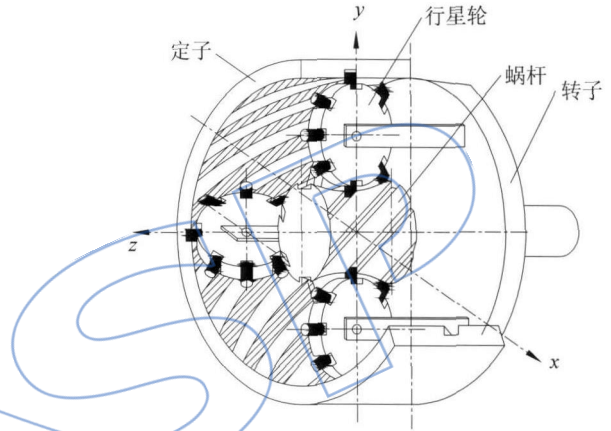


图1 机电集成超环面传动简图

Fig. 1 Electromechanical integrated toroidal drive

考虑电流频率变化比静态旋转角 θ 变化快得多,假设当静态旋转角 θ 开始变化时电流已达到平稳状态。可合理假设 $\delta i_j = \delta i_i \approx 0$, $(\delta i_j)^2 = (\delta i_i)^2 \approx 0$ 。瞬时转矩增量为

$$\delta T_p = \frac{1}{2} \sum_i^n \sum_j^n \left[\left(\frac{\delta^2 L_{ij}}{\delta \theta^2} \right)_{\theta=\theta_0} I_i I_j \delta \theta + \left(\frac{\delta^3 L_{ij}}{\delta \theta^3} \right)_{\theta=\theta_0} I_i I_j (\delta \theta)^2 + \dots \right] \quad (2)$$

行星轮 i 与蜗杆间的作用力为

$$F_{wpi} = k_{wpi} \xi_{wpi} \quad (3)$$

其中 ξ_{wpi} 为行星轮与蜗杆的相对位移, $\xi_{wpi} = r \delta \theta$; r 为行星轮半径(mm); k_{wpi} 为蜗杆和行星轮之间的非线性电磁啮合刚度, $k_{wpi} = \bar{k}_{wpi} + \Delta k_{wpi}$; R 为转子半径(mm)。

超环面传动系统的运动微分方程为

$$\begin{cases} m_i \ddot{u}_i + k_{wpi} p_{wpi} \sin \gamma_{wpi} - k_{spi} p_{spi} \cos \gamma_{spi} = 0 \\ m_i \ddot{x}_i + k_{cpi} x_i = 0 \\ m_i \ddot{z}_i + k_{wpi} p_{wpi} \cos \gamma_{wpi} - k_{spi} p_{spi} \sin \gamma_{spi} + k_{cpi} p_{cpi} = 0 \\ M_r \ddot{u}_r - \sum_i^m k_{cpi} p_{cpi} = -\frac{T}{R} \end{cases} \quad (4)$$

将 k_{wpi} 代入式(4)可得出矩阵形式的超环面传动系统的微分方程为

$$M\ddot{x} + Kx = F + \Delta F \quad (5)$$

式中 M , K , F 和 ΔF 分别为超环面传动系统质量、刚度矩阵和系统所传递的平均载荷矢量和增量载荷矢量。

$$\Delta F = -\frac{z_1}{2R_i} \sum_j^m \sum_i^m A \tan \left[z_1 \theta - \frac{\phi_i}{np} \right] I_i I_j \delta \theta \cdot \begin{bmatrix} -\sin \gamma_{wpi} & 0 & \cos \gamma_{wpi} & -\sin \gamma_{wpi} & 0 & \cos \gamma_{wpi} & \cdots & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$A = \partial^2 L_{ij} / \partial \theta^2 = -L_1 z_1^2 \sin \left[z_1 \theta - \phi_i / np \right]$$

式中 L_1 , z_1 , ϕ_i , n 和 p 分别为电感系数、行星轮齿数、蜗杆齿冠角、蜗杆线圈相数和磁极数。

2 弱非线性系统自由振动近似解析解

$$\text{令} \quad \frac{u_i}{R} = \varepsilon$$

$$B = -\frac{z_1}{2R_i} \sum_j^m \sum_i^m A \tan \left[z_1 \theta - \frac{\phi_i}{np} \right] I_i I_j$$

又 $\delta \theta = \frac{u_i}{r}$, 系统各元件总位移 x 矢量包括静态位移 $\bar{x}$ 与动态位移 Δx 矢量两部分: $x = \bar{x} + \Delta x$, 将之代入式(5)中可得系统动力学特征方程为

$$M\Delta \ddot{x} + K\Delta x = \Delta F \quad (6)$$

将式(6)正则化可得系统在弱非线性下的正则微分方程为

$$\Delta \ddot{x}_N + K_N \Delta x_N = \Delta F_N \quad (7)$$

式(7)中 K_N 为对角矩阵, 且为派生系统各阶固有频率组成的对角矩阵, 正则激励力矩阵 ΔF_N 为

$$\Delta F_N = A_N^T \Delta F = B u_i P_N^T$$

式中

$$P_{Ni} = -3A_{N1}^i \sin \gamma_{wpi} + 3A_{N3}^i \cos \gamma_{wpi} \quad (i = 1, 4, 7)$$

$$\begin{cases} \ddot{x}_{N1}^1 + \omega_1^2 x_{N1}^1 = -\sigma_1^1 \ddot{x}_{N0}^1 + P_{N1} B (A_{N1}^1 x_{N0}^1 + A_{N1}^2 x_{N0}^2 + A_{N1}^3 x_{N0}^3) \\ \ddot{x}_{N1}^2 + \omega_2^2 x_{N1}^2 = -\sigma_1^2 \ddot{x}_{N0}^2 + P_{N2} B (A_{N1}^1 x_{N0}^1 + A_{N1}^2 x_{N0}^2 + A_{N1}^3 x_{N0}^3) \\ \ddot{x}_{N1}^3 + \omega_3^2 x_{N1}^3 = -\sigma_1^3 \ddot{x}_{N0}^3 + P_{N3} B (A_{N1}^1 x_{N0}^1 + A_{N1}^2 x_{N0}^2 + A_{N1}^3 x_{N0}^3) \end{cases} \quad (14)$$

解上述微分方程组, 消除久期项则有

$$\sigma_i = -A_{N1}^i P_{Ni} B \quad (15)$$

将式(15)代入式(14)可得其满足初始条件 $x_{N1}^i(0) = 0$, $\dot{x}_{N1}^i(0) = 0$ 的解为

$$\begin{cases} x_{N1}^1 = P_{N1} B \left[A_{N0}^2 A_{N0}^2 \frac{\cos(\omega_1 t) - \cos(\omega_2 t)}{\omega_1^2 - \omega_2^2} + A_{N0}^3 A_{N1}^3 \frac{\cos(\omega_1 t) - \cos(\omega_3 t)}{\omega_1^2 - \omega_3^2} \right] \\ x_{N1}^2 = P_{N2} B \left[A_{N0}^1 A_{N1}^1 \frac{\cos(\omega_2 t) - \cos(\omega_1 t)}{\omega_2^2 - \omega_1^2} + A_{N0}^3 A_{N1}^3 \frac{\cos(\omega_2 t) - \cos(\omega_3 t)}{\omega_2^2 - \omega_3^2} \right] \\ x_{N1}^3 = P_{N3} B \left[A_{N0}^1 A_{N1}^1 \frac{\cos(\omega_3 t) - \cos(\omega_1 t)}{\omega_3^2 - \omega_1^2} + A_{N0}^2 A_{N1}^2 \frac{\cos(\omega_3 t) - \cos(\omega_2 t)}{\omega_3^2 - \omega_2^2} \right] \end{cases} \quad (16)$$

将式(16)代入式(11)可得二次微分方程组

由于超环面传动机械系统只在旋转模态条件下有当量外加载荷, 即行星轮模态和简单模态仍然保持线性, 则弱非线性系统模型可简化为旋转模态情况下的简化模型。拥有三个行星轮的机电集成超环面传动系统, 旋转模态下行星轮振动完全相同^[7-8], 利用 Linstedt-Poincare 法解如公式(7)所示的非线性小参数微分方程, 设

$$\Delta x_N = x_{N0} + \varepsilon x_{N1} + \varepsilon^2 x_{N2} + \cdots \quad (8)$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 (1 + \varepsilon \sigma_1 + \varepsilon^2 \sigma_2 + \cdots) \quad (9)$$

则

$$u_i = u_{0i} + \varepsilon u_{1i} + \varepsilon^2 u_{2i} + \cdots \quad (i = 1, 2, 3) \quad (10)$$

将式(8)和式(9)代入式(7)中, 并令方程式两边小参数 ε 同次幂的系数相等, 可得如下由零次、一次、二次...微分方程组成的方程组为

$$\begin{cases} \ddot{x}_{N0} + \omega^2 x_{N0} = 0 \\ \ddot{x}_{N1} + \omega^2 x_{N1} = -\sigma_1^1 \ddot{x}_{N0}^1 + P_{N1} B u_{01} \\ \ddot{x}_{N2} + \omega^2 x_{N2} = -\sigma_1^2 \ddot{x}_{N0}^2 - \sigma_2^1 \ddot{x}_{N1}^1 + P_{N2} B u_{02} \\ \vdots \end{cases} \quad (11)$$

解零次微分方程得满足初始条件 $x_{N0}^i(0) = A_{N0}^i$, $\dot{x}_{N0}^i(0) = 0$ 的解为

$$x_{N0}^i = A_{N0}^i \cos(\omega t) \quad (12)$$

简化系统正则振型矩阵为 A_N , 由 $\Delta x = A_N \Delta x_N$, 可得原始坐标下 u_i 为

$$u_i = A_{N1}^1 x_{N1}^1 + A_{N1}^2 x_{N1}^2 + A_{N1}^3 x_{N1}^3 \quad (13)$$

式中 A_{N1}^i 为正则振型矩阵 A_N 第一行元素, x_{N1}^i 为正则位移矢量 Δx_N 各元素。

将式(13)代入到式(11)可得如下形式的一次微分方程组

$$\begin{cases} \ddot{x}_{N2}^1 + x_{N2}^1 = -\sigma_1^1 \ddot{x}_{N1}^1 - \sigma_2^1 \ddot{x}_{N0}^1 + \sigma_1^1 P_{N1} B u_1 \\ \ddot{x}_{N2}^2 + x_{N2}^2 = -\sigma_1^2 \ddot{x}_{N1}^2 - \sigma_2^2 \ddot{x}_{N0}^2 + \sigma_1^2 P_{N2} B u_1 \\ \ddot{x}_{N2}^3 + x_{N2}^3 = -\sigma_1^3 \ddot{x}_{N1}^3 - \sigma_2^3 \ddot{x}_{N0}^3 + \sigma_1^3 P_{N3} B u_1 \end{cases} \quad (17)$$

将式(12) ,(13)和(16)代入式(17) ,消除久期项并解满足初始条件 $x_{N2}^i(0) = 0$, $\dot{x}_{N2}^i(0) = 0$ 的解

$$\begin{cases} \sigma_2^1 = \frac{P_{N1} B A_{N1}^1}{A_{N0}^1} \left[(P_{N1}^2 B^2 A_{N1}^1 - P_{N1} B) \left(\frac{A_{N0}^2 A_{N1}^2}{\omega_2^2 - \omega_1^2} + \frac{A_{N0}^3 A_{N1}^3}{\omega_2^2 - \omega_3^2} \right) + \right. \\ \left. P_{N1} B^2 A_{N0}^1 A_{N1}^1 \left(\frac{P_{N2}}{\omega_2^2 - \omega_1^2} + \frac{P_{N3}}{\omega_2^2 - \omega_3^2} \right) \right] \\ \sigma_2^2 = \frac{P_{N2} B A_{N1}^2}{A_{N0}^2} \left[(P_{N2}^2 B^2 A_{N1}^2 - P_{N2} B) \left(\frac{A_{N0}^1 A_{N1}^1}{\omega_2^2 - \omega_1^2} + \frac{A_{N0}^3 A_{N1}^3}{\omega_2^2 - \omega_3^2} \right) + \right. \\ \left. P_{N2} B^2 A_{N0}^2 A_{N1}^2 \left(\frac{P_{N1}}{\omega_2^2 - \omega_1^2} + \frac{P_{N3}}{\omega_2^2 - \omega_3^2} \right) \right] \\ \sigma_2^3 = \frac{P_{N3} B A_{N1}^3}{A_{N0}^3} \left[(P_{N3}^2 B^2 A_{N1}^3 - P_{N3} B) \left(\frac{A_{N0}^1 A_{N1}^1}{\omega_2^2 - \omega_1^2} + \frac{A_{N0}^2 A_{N1}^2}{\omega_2^2 - \omega_3^2} \right) + \right. \\ \left. P_{N3} B^2 A_{N0}^3 A_{N1}^3 \left(\frac{P_{N1}}{\omega_2^2 - \omega_1^2} + \frac{P_{N2}}{\omega_2^2 - \omega_3^2} \right) \right] \end{cases} \quad (18)$$

$$\begin{cases} x_{N2}^1 = \frac{P_{N1} B^3 A_{N1}^1 (\cos \omega_1 t - \cos \omega_2 t)}{\omega_2^2 - \omega_1^2} \left[\frac{P_{N2} A_{N0}^1 A_{N1}^2 A_{N1}^1}{\omega_2^2 - \omega_1^2} + \frac{P_{N2} A_{N0}^3 A_{N1}^2 A_{N1}^3}{\omega_2^2 - \omega_3^2} + \frac{P_{N3} A_{N0}^2 A_{N1}^2 A_{N1}^3}{\omega_2^2 - \omega_3^2} \right] + \\ \frac{P_{N1} B^3 A_{N1}^1 (\cos \omega_2 t - \cos \omega_3 t)}{\omega_3^2 - \omega_1^2} \left[\frac{P_{N2} A_{N0}^3 A_{N1}^2 A_{N1}^3}{\omega_3^2 - \omega_1^2} + \frac{P_{N3} A_{N0}^1 A_{N1}^3 A_{N1}^1}{\omega_3^2 - \omega_1^2} + \frac{P_{N3} A_{N0}^2 A_{N1}^3 A_{N1}^2}{\omega_3^2 - \omega_3^2} \right] \\ x_{N2}^2 = \frac{P_{N2} B^3 A_{N1}^2 (\cos \omega_1 t - \cos \omega_2 t)}{\omega_2^2 - \omega_1^2} \left[\frac{P_{N1} A_{N0}^2 A_{N1}^2 A_{N1}^1}{\omega_2^2 - \omega_1^2} + \frac{P_{N1} A_{N0}^3 A_{N1}^2 A_{N1}^3}{\omega_2^2 - \omega_3^2} + \frac{P_{N3} A_{N0}^1 A_{N1}^2 A_{N1}^3}{\omega_2^2 - \omega_3^2} \right] + \\ \frac{P_{N2} B^3 A_{N1}^2 (\cos \omega_2 t - \cos \omega_3 t)}{\omega_3^2 - \omega_1^2} \left[\frac{P_{N1} A_{N0}^3 A_{N1}^2 A_{N1}^3}{\omega_3^2 - \omega_1^2} + \frac{P_{N3} A_{N0}^1 A_{N1}^3 A_{N1}^1}{\omega_3^2 - \omega_1^2} + \frac{P_{N3} A_{N0}^2 A_{N1}^3 A_{N1}^2}{\omega_3^2 - \omega_3^2} \right] \\ x_{N2}^3 = \frac{P_{N3} B^3 A_{N1}^3 (\cos \omega_1 t - \cos \omega_2 t)}{\omega_2^2 - \omega_1^2} \left[\frac{P_{N1} A_{N0}^2 A_{N1}^2 A_{N1}^1}{\omega_2^2 - \omega_1^2} + \frac{P_{N3} A_{N0}^1 A_{N1}^2 A_{N1}^3}{\omega_2^2 - \omega_1^2} + \frac{P_{N3} A_{N0}^3 A_{N1}^2 A_{N1}^3}{\omega_2^2 - \omega_3^2} \right] + \\ \frac{P_{N3} B^3 A_{N1}^3 (\cos \omega_2 t - \cos \omega_3 t)}{\omega_3^2 - \omega_1^2} \left[\frac{P_{N1} A_{N0}^2 A_{N1}^2 A_{N1}^1}{\omega_3^2 - \omega_1^2} + \frac{P_{N1} A_{N0}^3 A_{N1}^3 A_{N1}^1}{\omega_3^2 - \omega_3^2} + \frac{P_{N3} A_{N0}^1 A_{N1}^3 A_{N1}^2}{\omega_3^2 - \omega_3^2} \right] \end{cases} \quad (19)$$

将式(11) ,(16)和(19)代入式(8)可得系统随时间位移响应,将式(15)和(18)代入式(9)可得系统自由振动频率与派生系统各阶固有频率之间的关系,即

$$x_{Ni} = x_{N0i} + \varepsilon x_{N1i} + \varepsilon^2 x_{N2i} + \cdots \quad (20)$$

$$\omega^2 = \omega_{0i}^2 (1 + \varepsilon \sigma_1 + \varepsilon^2 \sigma_2 + \cdots) \quad (21)$$

3 小参数 ε 对系统响应的影响

3.1 正则坐标下小参数对系统响应的影响

算例系统各参数如表 1 所示,由式(20)和式(21)可得在正则化坐标系下,系统各正则向量位移响应及机械系统的自由振动频率随小参数 ε 的次幂数增加变化分别如表 2 和表 3 所示。

表中, a/R 为半径比; a 为系统行星轮与蜗杆间的中心距(mm); i_{spi} 为定子与第 i 个行星轮间的传动比; i_{wpi} 为第 i 个行星轮与蜗杆间的传动比; nI_s 为蜗杆线圈电流(n 为线圈匝数); I_r 定子

上永久磁铁的当量电流; I_{s0} 行星轮上永久磁铁的当量电流; R 为转子半径; M 为电系数; L_1 为电感系数; J_i/r_i^2 为行星轮 i 的当量转动惯量; m_i 为行星轮 i 的当量质量; M_r 为转子的质量; $k_{\alpha i}$ 为第 i 个行星轮与转子的径向支承刚度; $k_{\alpha i}$ 为第 i 个行星轮与转子在轴向的支承刚度。

表 1 算例系统各参数取值

Table 1 Parameters of the example system

参数	数值	参数	数值	参数	数值
a/R	2	I_{s0}/A	240	$(J_i/r_i^2)/kg$	0.33
i_{spi}	0.25	R/m	0.1	m_i/kg	0.66
i_{wpi}	8	r/m	0.025	M_r/kg	4.5
nI_s/A	100	M/H	0.001	$k_{\alpha}/10^6(N/m)$	1.5
I_r/A	240	L_1/H	0.001	$k_{\alpha}/10^6(N/m)$	3.0

由表 2 可看出,超环面传动系统各正则位移分量随着小参数 ε 次幂数增大,其各阶高次分量依次迅速减小,与零次分量相比要小的多,因此各正则位移分量的振幅随着小参数 ε 次幂数增大几乎不发生变化.如图 2 所示的正则坐标下各正则分量的时间响应图可以说明.

表 2 系统各正则位移随小参数 ε 变化

位 移		x_{N1}/mm	x_{N2}/mm	x_{N3}/mm
位 移 值	x_{N0}^i	0.112 4	0.084 4	0.100 0
	εx_{N1}^i	3.2×10^{-8}	2.5×10^{-7}	1.5×10^{-7}
	$\varepsilon^2 x_{N2}^i$	6×10^{-16}	5×10^{-13}	3×10^{-13}

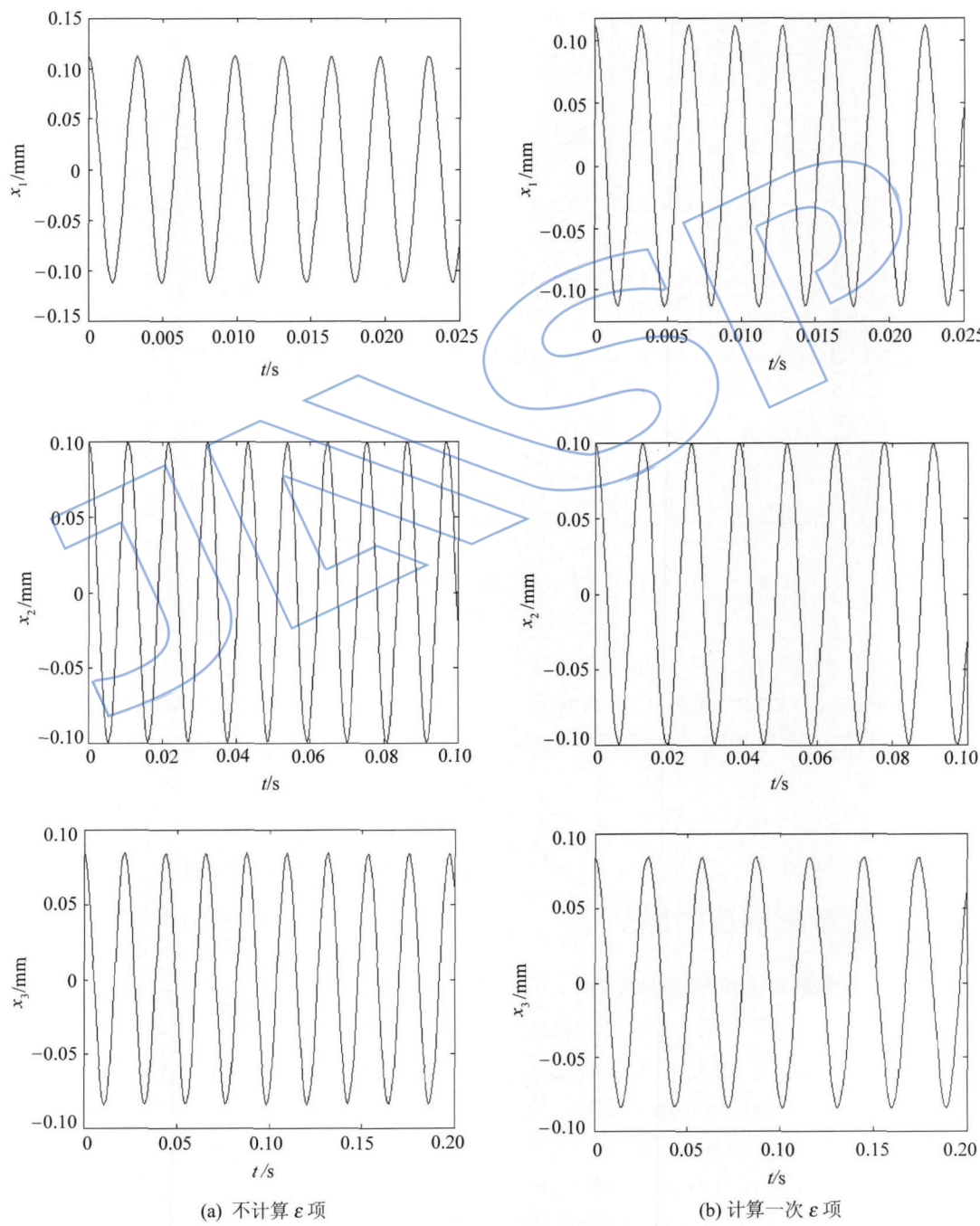


图 2 正则坐标系下机械系统各位移响应

Fig.2 Displacement response of mechanic system under the normal coordinate

由表 3 可知,随 ε 次幂数增大,系统正则位移分量的振动周期即自由振动频率发生了变化. 随 ε 次幂数增大,第 1 阶自由振动频率增大,即振动周期变小;而第二、第三自由振动频率减小,即振动周期增大. 这是由于对于算例系统来说,由式 (21) 可得 $\sigma^1 > 0$, $\sigma^2 < 0$ 和 $\sigma^3 < 0$, 而 $\sigma_i^i (i = 1, 2, 3)$ 又比较小,因此各阶自由振动频率的随小参数 ε 的变化由 σ_i^i 的大小及正负来决定.

3.2 常坐标下小参数对系统响应的影响

由式 (20) 和 (21) 及公式 $x = A_N x_N$ 可得到常坐标系下系统各位移响应图,如图 3 所示为行星轮扭转 u_i 、轴向 z_i 、转子 u_r 方向的振动受小参数 ε 的影响.

该系统常坐标系下各自由度振动响应是正则坐标下各振动的合成,且由图 3 可知,系统某自由

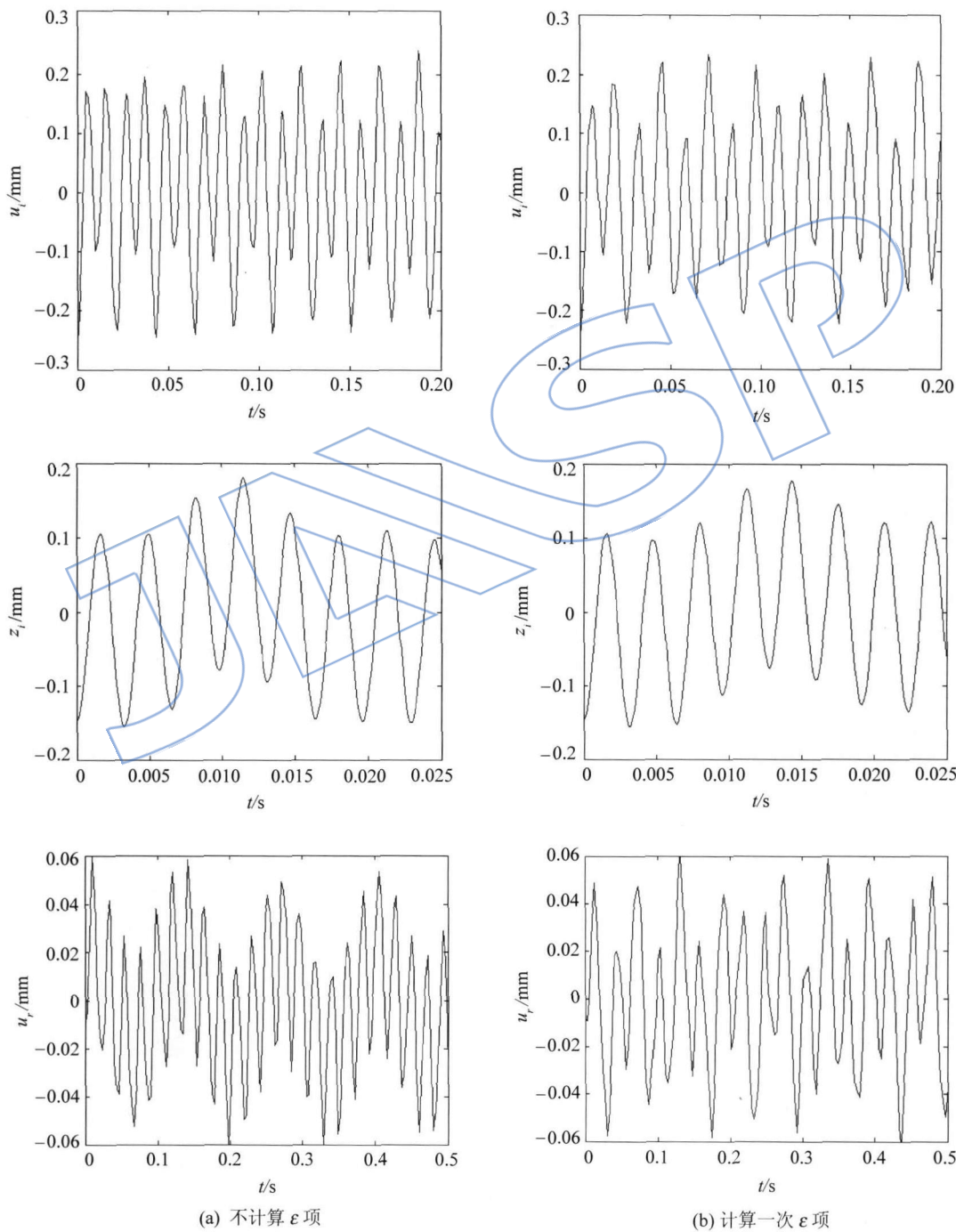


图 3 常坐标系下机械系统各位移响应
Fig. 3 Real displacement response of mechanic system

表 3 系统各阶频率随小参数 ε 变化

Table 3 Free vibration frequencies of the example system to ε

频 率		$\omega_1/$ (rad/ s)	$\omega_2/$ (rad/ s)	$\omega_3/$ (rad/ s)
频	ω	1 919	583.6	286.7
率	$\omega(1 + \varepsilon\sigma_1)$	1 966.5	401.6	216.2
值	$\omega(1 + \varepsilon\sigma_1 + \varepsilon^2\sigma_2)$	1 966.5	401.6	216.2

度的自由振动频率以某一阶自由振动频率振动为主.由图 2 和图 3 所示可知,行星轮扭转、轴向、转子的振动分别以该系统第二、一和三阶自由振动频率为主,其相应的振动周期的变化同正则坐标下.同时可知,常坐标系下超环面传动系统行星轮扭转、轴向、转子振动响应随小参数 ε 次幂数增大振幅几乎不变.

上述研究结果表明:考虑电磁非线性后传动系统的自由振动频率和线性假设下的结果有明显的不同.为获得良好的动力学特性,传动系统的激励频率必须远离其自由振动频率.而该系统的自由振动频率不仅与传动系统的机械参数有关,而且还有电参数有关.因此,本文的研究结果对于传动系统机械参数及电参数的选择具有重要指导意义.

4 结 论

通过上述分析可以得出如下结论:

- 1) 超环面传动系统行星轮扭转、轴向、转子振动振幅几乎不受小参数 ε 次幂数增大的影响.
- 2) 超环面传动系统某一自由度振动响应是正则坐标下各振动的合成,且以某一阶自由振动频率振动为主.行星轮扭转、轴向、转子的振动分别以该系统第二、一和三阶自由振动频率振动为主.
- 3) 行星轮的扭转振动的周期随着 ε 次幂数增大周期变小,即自由振动频率增大;行星轮的轴向振动、转子的振动均随着 ε 的次幂数的增大振动周期增大即自由振动频率减小.

此研究为今后该系统其他弱非线性动力学强迫振动问题的探讨做了铺垫,尤其是为强非线性问题的研究奠定了基础.

参考文献

[1] Kuehnle M R. Toroidgetriebe:Urkunde uber die erteilung des deutschen patents: Germany, 1301682 [P]. 1965-02-11.

[2] Kuehnle M R, Peeken H, Troeder C, et al. The toroidal drive[J]. Mechanical Engineering,1981,32(2):32-39.

[3] Kuehnle M R. Toroidal drive system and method of assembling same:US, 5784923[P]. 1998-07-28.

[4] 许立忠.超环面行星蜗杆传动[M].北京:机械工业出版社,2005:1-38.

XU Lizhong. The toroidal drive [M].Beijing:China Machine Press, 2005:1-38. (in Chinese)

[5] XU Lizhong, HUANG Zhen. Design and manufacture for toroidal drive[J]. I MECH E, Part B: Journal of Engineering Manufacture, 2007, 221(2):347-353.

[6] 刘峰.机电集成超环面传动驱动机理及原理模型试验[D].秦皇岛:燕山大学,2004:1-48.

LIU Feng. Driving mechanism and trial model of electro-mechanical integration toroidal drive [D]. Qinhuangdao: Yanshan University, 2004: 1-48. (in Chinese)

[7] XU Lizhong, HAO Xiuhong. Dynamic model of electromechanical integrated toroidal drive[J]. International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics, 2005, 22(3-4):199-211.

[8] XU Lizhong, HAO Xiuhong. Forced vibration for electro-mechanical integrated toroidal drive[J]. International Journal of Acoustics and Vibration,2006, 11(4):196-206.